



【课堂研究·特设专栏：HPM 课例研究（之十八）】

HPM 视角下的“排列”教学

方倩¹，汪晓勤²

(1. 华东师范大学第一附属中学，上海 200086；

2. 华东师范大学教师教育学院，上海 200062)

【摘要】排列组合的内容对学生的逻辑推理能力、数学抽象能力、分析问题和解决问题的能力有较高的要求。基于学生的学习情况，教师结合数学史加深学生对排列概念的理解，寻求历史上合适的排列数公式的推导方法，进一步理解排列数公式，让学生在课堂上经历排列知识的演进历程，培养学生的数学思维能力。

【关键词】HPM；排列组合；探究之乐；方法之美；德育之效；文化之魅

一、引言

“排列”是沪教版高三数学第16章的内容，教科书首先用生活中具体的例子引入，利用树状图计算结果，接着运用乘法原理解释结果并推导排列数公式。对教师和学生的调查研究发现，学生学习排列组合主要存在以下问题：（1）对排列概念理解不透彻；（2）机械套用教材中的排列组合公式；（3）排列组合公式的使用和计算易出错；（4）很多学生通过记忆解题，缺乏思考；（5）对同一问题的不同解法掌握得较差。^[1]

笔者在资料搜集的过程中发现，“排列”的新课教学设计屈指可数，教师一般都按照书本内容展开教学，运用乘法原理对排列数公式作出证明。排列组合内容的学习对学生的逻辑推理能力、数学抽象能力、分析问题和解决问题的能力有较高的要求。基于学生的学习情况，笔者运用数学史来帮助学生加深对排列概念的理解，同时寻求历史上合适的排列数公式的推导方法，让学生进

一步理解排列数公式，培养学生的数学思维能力。由此，笔者拟订了本节课的教学目标：（1）理解排列、排列数的概念；（2）掌握排列数公式的证明方法，领会其背后的数学思想，感受数学的方法之美；（3）了解排列知识在历史上的演进过程，培养动态的数学观，感悟数学文化的多元性。

二、数学史料的运用

（一）排列公式的出现

历史上很早就出现了排列和组合问题。公元前7世纪，中国《易经》的六十四卦图即是阴爻“--”和阳爻“—”的重复排列，共 2^6 种卦象^[2]。公元前3世纪，古希腊哲学家克里西普认为10个公理的排列数超过1000000种；而公元前2世纪，古希腊天文学家希帕恰斯给出了错误的排列数101049或310925^[3]。

在犹太古典文献《创造之书》中，作者给出了22个希伯来字母的全排列。公元8世纪，印度一位词典编纂者艾哈默德对阿拉伯语中的单词进

【作者简介】方倩，华东师范大学第一附属中学教师，主要从事数学史与数学教育研究；汪晓勤（本文通讯作者），教授，博士生导师，华东师范大学教师教育学院副院长，主要从事数学史与数学教育研究。

【基金项目】上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地之数学教育教学研究基地项目“数学课程与教学中如何落实立德树人研究”（A8）