



【课堂研究·特设专栏：HPM 课例研究（之四）】

HPM 视角下“有理数的乘法”教学研究

王进敬¹，栗小妮²

(1. 上海市市西初级中学，上海 200042；2. 华东师范大学 教师教育学院，上海 200062)

【摘要】“负负得正”这一符号法则是数学上为了在数系扩充时保持运算律一致性而做出的合理规定，它本身并不能被证明，但其合理性可以借助现实模型加以解释。在课堂教学中，很多教师往往不重视“负负得正”法则的由来，也很少给予学生机会探究“负负得正”的原因。教师从司汤达的故事入手，引导学生对“负负得正”进行探究，除了让学生更深刻地理解这一法则，还体现了多方面的教育价值。

【关键词】HPM；负负得正；有理数乘法法则；教学设计

一、引言

初中阶段，学生要经历两次数系的扩充，第一次为负数和有理数。有理数乘法法则作为有理数的学习内容，是将学生已知的正整数范围内的运算法则推广到有理数范围的一个重要载体。有理数乘法法则可以让学生深化对负数、已有正数范围内运算法则和运算律的理解和运用，而如何向学生解释“负负得正”是教学的难点。

在已有的教学设计中，很多教师利用一个或两个现实模型引入有理数乘法法则，例如有的教师利用蜗牛爬行模型、水位变化模型或者归纳模型引入该法则。在教学实践中，用现实模型解释有理数乘法法则有一定难度。学生除了要弄清不同情境中正负的规定，运动中方向的确定与正负的对应，还要将静态的负数理解为一个动态的过程，这样就增加了思维的难度。因此，有的教师改编教科书中的设计，运用加法法则解释“负正得负”，再利用相反数的意义得到“负负得正”，或辅以现实模型得到或验证“负负得正”，强化

学生对该法则的理解。还有的教师通过将正整数范围内的运算律推广到有理数范围来引入有理数乘法法则，先用加法法则解释“负正得负”，再利用分配律解释“负负得正”。

有些教师试图在教学中证明“负负得正”，事实上，“负负得正”在数学上是无法被证明的。德国数学家 F. 克莱因在其《高观点下的初等数学》中告诉数学教师“不要把不可能的证明讲得似乎成立”^[1]。美国数学家和数学史家 M. 克莱因以史为鉴，预言学生在学习负数时必定会遇到困难。他曾指出，历史上大数学家所遇到的困难，恰恰也是学生会遇到的学习障碍，试图利用逻辑的冗长语言来消除这些困难是不可能成功的。从数学诞生开始，数学家花了 1000 多年才得到负数的概念，后面又花了 1000 多年才接受负数的概念，因此我们可以肯定，学生学习负数时必定会遇到困难。而且学生克服这些困难的方式与数学家大致是相同的^[2]。

因此，在教学有理数乘法法则时，教师有必

【作者简介】王进敬，中学高级教师，主要从事数学史与数学教育研究；栗小妮，华东师范大学教师教育学院博士研究生，主要从事数学史与数学教育研究。

【基金项目】上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地之数学教育教学研究基地研究项目——数学课程与教学中落实立德树人根本任务的研究